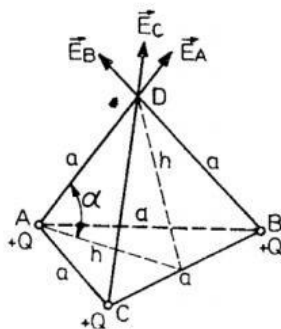


Prijemni ispit

Osnove elektrotehnike

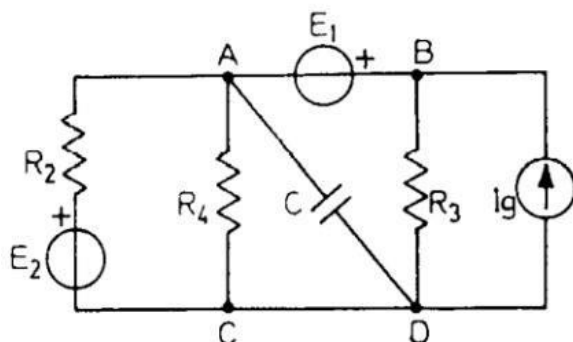
1. Tri mala tela jednakih naelektrisanja $Q = 10 \text{ nC}$ nalaze se u temenima jednakostraničnog trougla stranice $a = 2 \text{ cm}$. Koliki je intenzitet elektrostatičkog polja u temenu pravilnog tetraedra koji ima za osnovu ovaj trougao.



2. Primenom teoreme superpozicije u kolu prikazanom na slici odrediti:

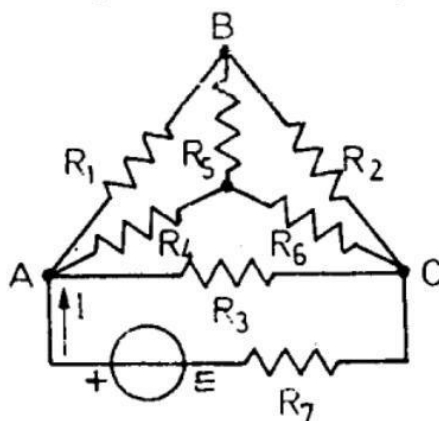
- struju u grani sa otpornikom otpornosti R_4 ;
- snagu koja se razvija na otporniku otpornosti R_4
- elektrostatičku energiju kondenzatora u stacionarnom stanju.

Brojne vrednosti: $E_1=20 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $I_g = 40 \text{ mA}$, $C = 8 \mu\text{F}$, $R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 200\Omega$, $R_4 = 400\Omega$.



3. Za kolo sa slike odrediti struju I u slučajevima:

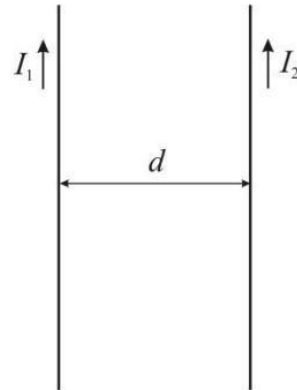
- trougao sa otpornicima R_1, R_2, R_3 transfigurisati u zvezdu.



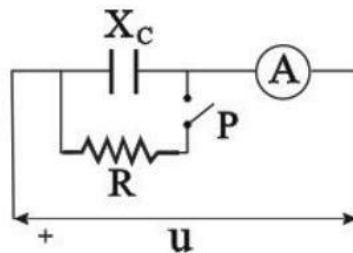
b) zvezdu sa otpornicima R_4, R_5, R_6 transfigurisati u trougao.

Brojni podaci: $E = 10 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 1 \Omega$.

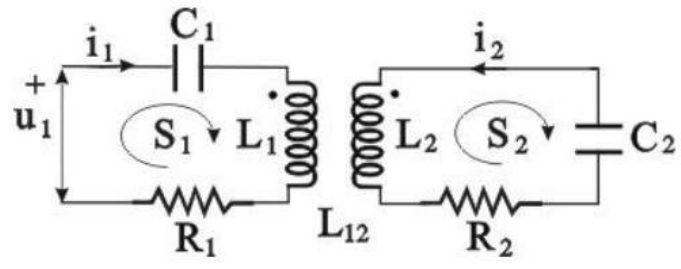
4. Dva paralelna pravolinijska beskonačno duga provodnika na međusobnom rastojanju $d = 1 \text{ m}$ nalaze se u vazduhu. Struje u njima su $2I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$. Odrediti podužne sile na ove provodnike ako su struje istog smera.



5. Koliko će iznositi struja I_1 kroz ampermetar posle zatvaranja prekidača P, ako je pre zatvaranja prekidača struja u kolu prostoperiodične struje iznosila I , a $R = X_C$, $U = \text{const}$.



6. Za data induktivno spregnuta kola prostoperiodične struje napisati opšte jednačine i izvesti kompleksnu ulaznu impedansu sistema.



Rešenje prijemnog ispita iz Osnova elektrotehnike

1.

Rešenje:

Iz razloga simetrije intenziteti vektora elektrostatičkog polja u tački D koji potiču od pojedinih naelektrisanja su jednaki i iznose:

$$E_A = E_B = E_C = k \frac{Q}{a^2},$$

a intenzitet rezultujućeg elektrostatičkog polja u tački D jednak je geometrijskom zbiru intenziteta ovih polja. Kako su horizontalne komponente vektora \vec{E}_A, \vec{E}_B i \vec{E}_C jednake i zaklapaju međusobno ugao $2\pi/3$, to je vektorski zbir ovih komponenti jednak nuli.

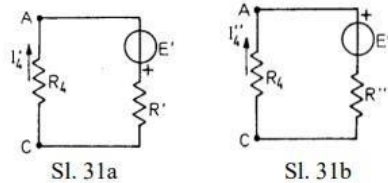
Vektori \vec{E}_A, \vec{E}_B i \vec{E}_C zaklapaju sa vertikalom uglove $\frac{\pi}{2} - \alpha$, a vertikalne komponente imaju isti intenzitet, pa je intenzitet rezultujućeg elektrostatičkog polja

$$E = 3k \frac{Q}{a^2} \sin \alpha = 551 \frac{\text{kV}}{\text{m}}.$$

2.

Rešenje:

a) Kada u kolu deluje samo elektromotorna sila E_1 , Sl.31a :

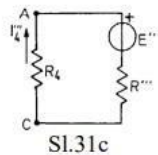


$$E' = \frac{E_1 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{20}{3} \text{ V}, \quad R' = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{200}{3} \Omega, \quad I_4' = \frac{E'}{R_4 + R'} = \frac{1}{70} \text{ A}.$$

Kada u kolu deluje samo elektromotorna sila E_2 , Sl. 31b :

$$E'' = \frac{E_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20}{3} \text{ V}, \quad R'' = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{200}{3} \Omega, \quad I_4'' = \frac{-E''}{R_4 + R''} = -\frac{1}{70} \text{ A}.$$

Kada u kolu deluje samo strujni generator I_g , Sl.31c :



$$E''' = R I_g = \frac{8}{3} \text{ V}, \quad R''' = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{200}{3} \Omega, \quad I_4''' = \frac{-E'''}{R_4 + R'''} = -\frac{1}{175} \text{ A}.$$

Na osnovu principa superpozicije je:

$$I_{AC} = I_4 = -(I_4' + I_4'' + I_4''') = \frac{1}{175} \text{ A}.$$

b) Snaga koja se razvija na otporniku otpornosti R_4 je:

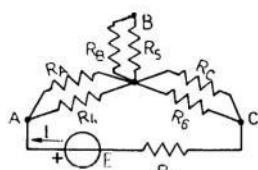
$$P_4 = R_4 I_4^2 = 13,06 \text{ mW}.$$

c) Napon na krajevima kondenzatora je:

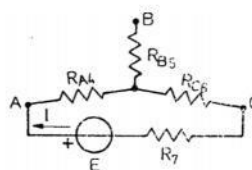
$$U_{AC} = R_4 I_4 = 2,28 \text{ V},$$

$$\text{A njegova elektrostatička energija je : } W_e = \frac{1}{2} U_{AC}^2 C = 20,79 \mu\text{J}.$$

3.



SI. 29.a



SI. 29b

$$R_A = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 1\Omega = R_B = R_C.$$

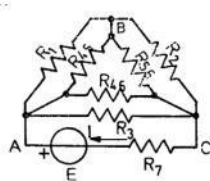
Struja je

$$I = \frac{E}{R_7 + R_{A4} + R_{C6}} = 5 \text{ A},$$

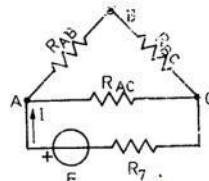
gde je

$$R_{A4} = R_{B5} = R_{C6} = 0,5\Omega.$$

b) Kod transformacije zvezde otpornosti R_4, R_5, R_6 u trougao dobija se kolo na SI.29c i SI.29d.



SI. 29.c



SI. 29d

Sada je

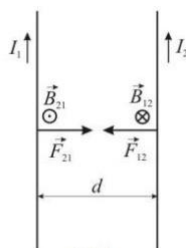
$$R_{45} = R_{56} = R_{46} = 3\Omega \text{ i}$$

$$R_{AB} = R_{BC} = R_{AC} = 1,5\Omega,$$

$$R = R_7 + \frac{(R_{AB} + R_{BC})R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}} = 2\Omega \quad \text{a struja je } I = \frac{E}{R} = 5 \text{ A}.$$

4.

Rešenje:



SI.32.a

Indukcija koja potiče od struje I_1 na mestu drugog provodnika data je izrazom

$$B_{12} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Tada je elektromagnetna sila na drugi provodnik

$$F_{12} = I_2 l B_{12} = I_2 l \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}, \text{ tj.}$$

$$F'_{12} = \frac{F_{12}}{l} = I_1 I_2 l \frac{\mu_0}{2\pi d} = 0,1 \frac{\mu\text{N}}{\text{m}},$$

Indukcija koja potiče od struje I_2 na mestu prvog provodnika je

$$B_{21} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d},$$

pa je elektromagnetna sila na prvi provodnik

$$F_{21} = I_1 l B_{21} = I_1 l \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}, \text{ tj.}$$

$$F'_{21} = \frac{F_{21}}{l} = I_1 I_2 l \frac{\mu_0}{2\pi d} = 0,1 \frac{\mu\text{N}}{\text{m}},$$

$$\Rightarrow F'_{12} = F'_{21} = 0,1 \frac{\mu\text{N}}{\text{m}}.$$

5.

$$P \text{ otvoren: } I = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{R},$$

$$P \text{ zatvoren: } I_1 = \frac{U}{Z_c}.$$

$$\underline{Z}_c = \frac{R \cdot (-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{R}{2}(1 - j),$$

$$Z_c = \frac{R\sqrt{2}}{2},$$

$$I_1 = \frac{U}{R\sqrt{2}/2} = \frac{\sqrt{2}U}{R},$$

$$I_1 = \sqrt{2} \cdot I.$$

6.

Rešenje:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}),$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}),$$

$$\underline{Z}_{12} = j\omega L_{12},$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 I_1 + \underline{Z}_{12} I_2, \quad (1)$$

$$0 = \underline{Z}_{12} I_1 + \underline{Z}_2 I_2. \quad (2)$$

Iz jednačine (2) se dobija

$$I_2 = -\frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_2} I_1, \quad (3)$$

kada relaciju (3) uvrstimo u jednačinu (1) sledi

$$\underline{U}_1 = (\underline{Z}_1 - \frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_2}) I_1, \text{ pa je}$$

$$\underline{Z}_{ud} = \frac{\underline{U}_1}{I_1} = \underline{Z}_1 - \frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_2}.$$